

## 金属波纹管在航空管路中的动力学优化及可靠性分析\*

Dynamical Optimization Design and Reliability Analysis of Metal Bellows  
for Aviation Pipelines西北工业大学工程力学系  
洪都航空集团 650 所张屹尚 赵 彬 刘永寿 岳珠峰  
张立圣

[摘要] 采用动力优化的分析方法,以提高第一阶固有频率为目标,避开金属波纹管系统前四阶固有频率共振为约束,以波高、壁厚及卡箍位置为设计变量,对某型飞机航空管路中波纹管进行了动力优化。结合动力优化结果,采用蒙特卡洛法分析了影响波纹管固有频率的参数灵敏度,结果表明波纹管材料的弹性模量和密度、波纹管系统的波高和管壁厚度是影响波纹管固有频率的主要因素。根据可靠性分析中的干涉理论,分析了前四阶频率的分布情况,对金属波纹管的共振可靠性进行了研究。研究结果为波纹管系统的动力安全可靠设计提供参考。

关键词: 波纹管 优化 蒙特卡洛法 参数灵敏度 共振可靠性

[ABSTRACT] A dynamical optimization analysis of a metal bellows for aviation pipelines is carried out with the finite element method (FEM). To avoid the first four order resonance frequencies, the bellows is optimized by maximizing the first order natural frequency as optimization object and taking the wall-thickness, convolution height of the bellows and the position of sustainment as design variables. Based on the results from dynamical optimization analysis, the Monte-Carlo method is introduced to analysis the parameter sensitivity to the natural frequency of bellows system. It is shown that the Young's modulus, the density of the material property and wall-thickness, convolution height of bellows are major factors to low order natural frequency. Finally, the distributing of the first four order natural frequencies is analysed and the interference theory is used to process the bellows system's anti-resonance reliability analysis. The results can do help in anti-resonance design and the reliability estimation of bellows system.

\* 国家高技术研究发展专项(863 计划)(2007AA04Z404)、高等学校学科创新引智计划(111 工程)(B07050)、西北工业大学科技创新基金资助项目(2008KJ02019)。

Keywords: Bellows Optimization Monte-Carlo method Parameter sensitivity Resonance reliability

金属波纹管作为一种弹性敏感的柔性输流元件,在航空管路系统中起着重要作用。在飞行器工作的时候,管路系统会受到各种形式的周期性激励,当这些激励的频率与金属 U 型波纹管的某一阶固有频率相近时,就会引起管路的共振,使管路产生较大的振动应力,导致金属波纹管损坏,因此在工作条件下,研究系统部件的振动设计方法并使其避开危险的强迫共振就显得十分必要。随着计算机技术的发展,有限元理论在波纹管的分析中得到了广泛的应用。EJMA<sup>[1]</sup>采用 Bernoulli-Euler 方法计算波纹管的横向振动;文献 [2-3] 把波纹管简化成直壁薄管,用直壁薄管代替波纹管模型进行模态计算;文献 [4] 基于有限元理论建立了金属波纹管的仿真模型,通过计算获得波纹管的模态等特性参数。从现有的文献来看,虽然对金属波纹管的研究有了较大进展,但都较少对其进行动力优化设计分析和可靠性分析。

本试验以某型号的飞机液压/燃油管路系统的一段波纹管为研究对象,利用有限元软件 ANSYS,在波纹管一端固支,中间环向卡箍约束的情况下,以提高第一阶固有频率为目标,避开波纹管系统前四阶固有频率共振为约束,波高、壁厚及卡箍位置为设计变量,对波纹管结构进行动力优化分析。假设管道结构参数服从某种随机分布,分析了对应的前四阶固有频率的概率分布并讨论了这些参数对管道固有频率的灵敏度,最后利用干涉理论对波纹管系统进行了防共振可靠性分析。

## 1 波纹管的动力学模型及防共振理论

金属波纹管一般由波纹管、进口端管、出口端管、导流管、加强筋和法兰组成。由于管系振动时角位移比较小,所以只考虑附加移动惯性而忽略转动惯性。为了简化计算,可以把法兰直接用直管来代替,简化模型如图 1 所示。

### 1.1 金属波纹管动力学模型

金属波纹管的实际结构是一个复杂的无限多自由

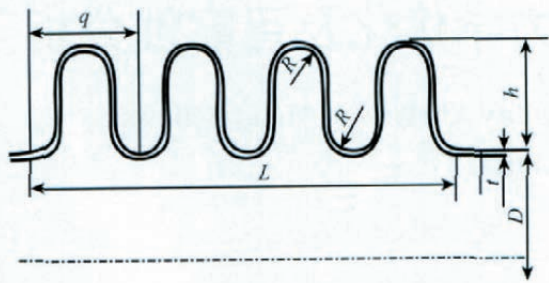


图1 波纹管简化模型  
Fig.1 Simplified model of bellows

度系统。在有限元分析中,常常将其看成是质点、弹性体及阻尼器构成的系统。简化的动力学模型如图2所示。

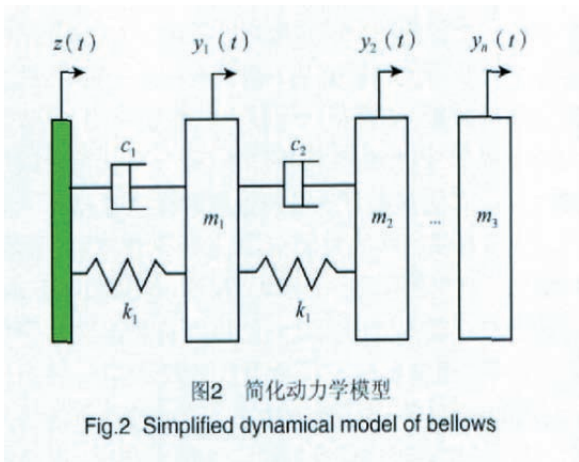


图2 简化动力学模型  
Fig.2 Simplified dynamical model of bellows

当满足定常线性系统的要求时,系统的振动微分方程为<sup>[5]</sup>:

$$[\mathbf{M}]\{\ddot{\mathbf{x}}\} + [\mathbf{C}]\{\dot{\mathbf{x}}\} + [\mathbf{K}]\{\mathbf{x}\} = \{\mathbf{f}(t)\}, \quad (1)$$

式中,  $\{\mathbf{x}\}$  为广义坐标的位移列阵,  $[\mathbf{M}]$  为质量矩阵,  $[\mathbf{C}]$  为阻尼矩阵,  $[\mathbf{K}]$  为刚度矩阵,  $\{\mathbf{f}(t)\}$  为作用力。

对于波纹管振动来说,重要的是求得前若干低阶固有频率及其振型,求解波纹管结构的固有频率和振型时,由于阻尼影响很小,可不计阻尼的作用。自由振动时,因结构中各个节点的振幅不全为0,故其系数行列式必为0,即

$$|[\mathbf{K}] - \omega^2[\mathbf{M}]| = 0, \quad (2)$$

方程(2)有  $n$  个根  $\omega_1^2, \omega_2^2, \omega_n^2$  对应于  $n$  个  $\omega_i^2$ , 在振动分析中,  $\omega_i$  和  $x_i$  就是结构的第  $i$  阶固有频率与其对应的主振型。

### 1.2 防共振基本理论

管道结构在使用时,不但要经受各种静载作用,还有可能要经受冲击、振动、过载和气动载荷等作用。当结构的固有频率与施加于结构的激励频率很接近时,就会发生共振,会对结构造成严重的疲劳损坏<sup>[5]</sup>。为了防

止共振的发生,应使结构的固有频率远离激振力频率。假设结构的某一阶固有频率为  $R$ , 激振力频率为  $S$ , 当  $1 - k_1 < R/S < 1 + k_2$  (参数  $k_1, k_2$  在  $0 \sim 0.3$  之间), 按照传统的振动设计规范,这样的振动设计是不安全的。

## 2 波纹管系统优化分析

波纹管是大柔度管件,在管件中部有一环向的活动卡箍支撑,这样既可以减小波纹管的柔度,还不影响管件的横向弹性位移。某型飞机的液压泵是9柱塞泵,对应于发动机最大转速时的转速为4500r/min,飞机液压泵的固有脉动频率的基频最大值为1350Hz。当飞机从巡航状态进入战斗状态时,发动机从70%的巡航转速至最大转速变换时,液压泵的固有脉动频率的基频变化范围是:912~1316Hz。液压泵的回冲脉动频率等于泵送频率,因此相应的回冲脉动频率的基频变化范围是456~1316Hz,与固有脉动相比,回冲脉动是流量脉动中的较主要的成分,一般情况下,基频对管路动态特性的影响最大,同时兼顾到回冲频率的二倍频的影响,因此应该避开456~1316Hz的基频。

### 2.1 优化基本原理

优化设计问题一般要有3个要素组成,即设计变量、状态变量和目标函数。

设计变量(DV)即自变量。由于关系工程实际问题,波纹管的内外径,波距和波数不易改变。因此选择了3个优化变量,分别为波高( $h$ ),壁厚( $t$ )和卡箍位置( $x$ )。(1)  $q/2h$  ( $q$  为波距)反映了波距与波高的内在联系,该值越小,应变集中越严重,大了又会降低波纹管膨胀节的补偿量,其适宜的取值范围是<sup>[6]</sup>:  $q/1.6 \leq h \leq q/0.6$ 。(2) 壁厚  $t$  对波纹管的强度、稳定性和补偿能力有影响,合适的范围是<sup>[6]</sup>:  $0.5 \leq t \leq 2$ , 规格为0.5、0.8、1.0、1.2、1.5、2.0。(3) 由于一般情况下频率越高,对应振动位

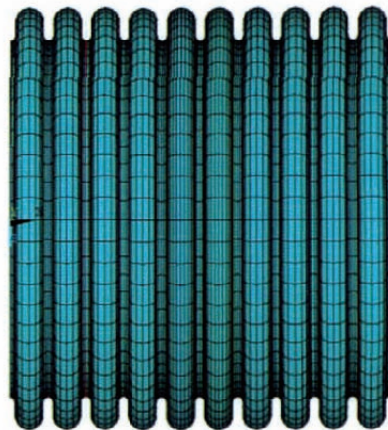


图3 波纹管有限元模型  
Fig.3 Finite element method model of bellows

移越小,文献[7]通过改变管路的约束方式、增加约束位置的个数来改变管路的固有频率避免管路共振的发生,故设计变量为卡箍约束施加在该波纹管处的位置,  $4 \times q \leq x_i \leq 6 \times q$ ,见图3。

根据优化变量的不同,分别分析了4个模型,各个优化模型的设计变量及其取值范围见表1。

表1 各个优化模型的设计变量

类型	波纹管的结构优化		卡箍位置优化	卡箍位置及波纹管的结构优化
	1	2	3	4
模型	1	2	3	4
变量	$h/m$	$h, t/m$	$x/m$	$h, t, x/m$
初值	(0.027)	(0.027, 0.001)	$(5 \times q)$	(0.027, 0.001, $5 \times q$ )
上限	$(q/0.6)$	$(q/0.6, 0.002)$	$(4 \times q)$	$(q/0.6, 0.002, 4 \times q)$
下限	$(q/1.6)$	$(q/1.6, 0.0005)$	$(6 \times q)$	$(q/1.6, 0.0005, 6 \times q)$

状态变量(SV):用来体现优化的边界条件,是设计变量的函数。为避开危险的强迫共振的方法,以避开前四阶固有频率为状态变量,即:

$$g_i = ((f_i - 456) \cdot (f_i - 1316) > 0) \quad i = (1, 2, 3, 4), \quad (3)$$

式中,  $f_i$  为各阶的固有频率,单位为 Hz,下同。

目标函数(OBJ):由于一般情况下频率越高,对应振动位移越小,因此,选择使波纹管系统的第一阶固有频率最大的值作为优化设计目标,即

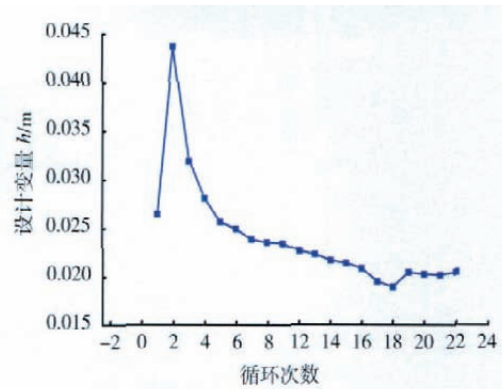
$$F = \max(f_1), \quad (4)$$

## 2.2 金属波纹管动力优化分析

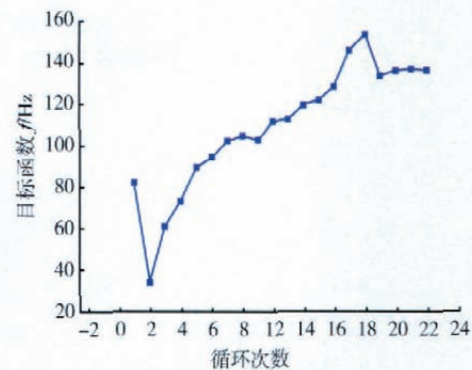
运用 ANSYS 进行金属波纹管的动力学优化分析。边界条件: A 端固定,波纹管另一端自由,在网格加密  $x_i$  位置用卡箍约束。几何尺寸及材料参数:管道内径  $D=278\text{mm}$ , 外径  $d=346\text{mm}$ , 波高  $h=27\text{mm}$ , 波距  $q=29\text{mm}$ , 有效长度  $L_b=305\text{mm}$ , 波峰(谷)半径  $r=5\text{mm}$ , 壁厚  $t=1\text{mm}$ , 密度  $=7800\text{kg/m}^3$ , 泊松比  $u=0.30$ , 弹性模量  $E_p=196\text{GPa}$ 。

采用有限元软件 ANSYS 对波纹管系统进行模态分析,以提高第一阶固有频率为目标,先选用零阶方法作为先期计算,然后以合理的设计序列为起点运行一阶方法,得到最优解。由于系统固有频率主要取决于结构质量分布和刚度分布,其中波纹管采用映射网格法划分单元,并且在沿波纹管横截面和圆周方向每层分别控制单元来保证计算精度。

在满足结构的前四阶固有频率避开共振频率的条件下,对结构进行动力学优化分析,动力优化结果包括



(a) 设计变量历程图



(b) 目标函数历程图

图4 波纹管的波高优化历程曲线

Fig.4 Optimization history curves of convolution height

波纹管的波高、壁厚和卡箍位置,结果如图4和图5所示。

波纹管的波高优化历程曲线见图4,波纹管的波高及壁厚优化历程曲线见图5,即模型1、2的优化分析结果。从对波纹管的波高及壁厚的优化曲线可以看出,对于此种管道系统,要使波纹管系统的前四阶固有频率避开共振频率,同时使系统第一阶固有频率最大,有2种方法可达到目的:一是保持波纹管的壁厚  $t$  不变,减小管道的波高  $h$  至 20.6mm;二是减小管道的波高  $h$  至 24.1mm,增大波纹管的壁厚至 1.5mm,模型1、2优化后的一阶固有频率分别为 134Hz 和 150.1Hz,使优化后的第一阶固有频率比未优化分别增加了 65.4% 和 76.6%。

波纹管的卡箍位置优化历程曲线见图6、波纹管的波高、壁厚以及卡箍位置优化历程曲线见图7。从图6(b)和7(b)目标函数值即结构一阶固有频率的变化曲线可以看出,模型3的卡箍位置变化对目标函数的优化效果不明显,卡箍位置移到最优位置后,优化的一阶固有频率为 83.3Hz,比未优化前增加了 5.2%。模型4减小管道的波高  $h$  至 24.0mm,增大波纹管的壁厚至 1.2mm,卡箍位置移到 13.05mm 处,优化后的一阶固有

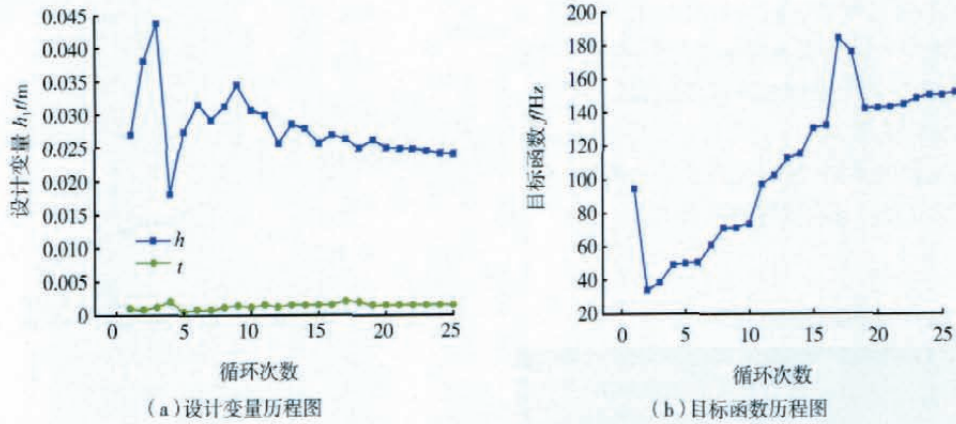


图5 波纹管的波高和壁厚优化历程曲线  
Fig.5 Optimization history curves of convolution height and wall-thickness

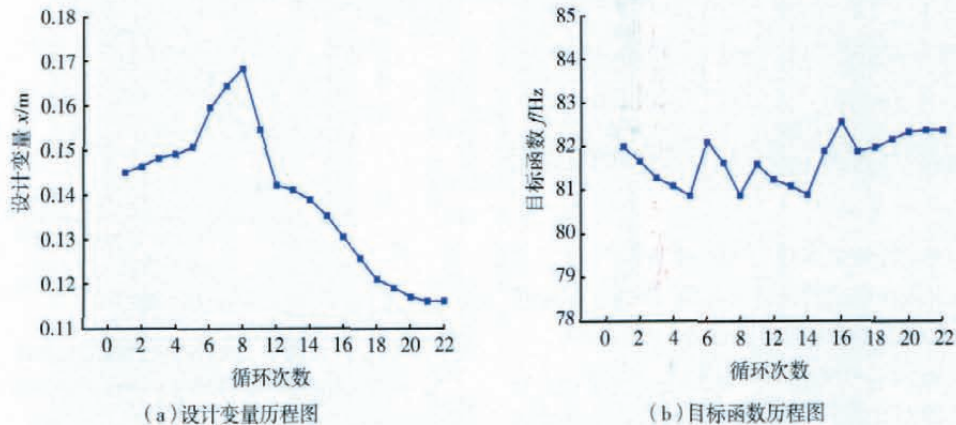


图6 波纹管的卡箍位置优化历程曲线  
Fig.6 Optimization history curves of sustainment position

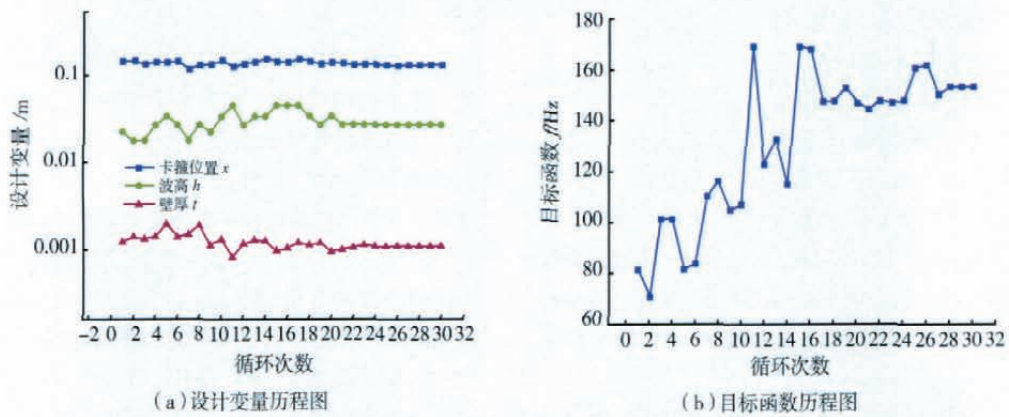


图7 波纹管的波高、壁厚和卡箍位置优化历程曲线  
Fig.7 Optimization history curves of sustainment position, convolution height and wall-thickness

频率为 153.2Hz,比未优化前增加了 79.6%。

### 3 波纹管可靠性灵敏度分析

#### 3.1 结构参数对固有频率的灵敏度分析

ANSYS 概率设计用来评估模型的输入参数或假设条件的不确定性对于结果的影响,通过对参数的灵敏度

进行分析可以确定哪些随机变量对结果影响严重,从而对结构的优化设计起重要作用。波纹管由于影响结构的几何参数复杂并且加工成形控制难度大<sup>[8]</sup>,存在很大的离散性。本试验结合Monte Carlo 数学模拟法和支撑位置优化结果对波纹管的前四阶固有频率进行可靠性分析,模拟次数为 500。

表2 可靠性分析用参数及其分布

变量名称	变量符号	所属分布	参数1	参数2
弹性模量	Young	正态分布	196e <sup>9</sup>	9.8e <sup>10</sup>
波纹管密度/kg·m <sup>-3</sup>	Den	正态分布	7800	390
波峰(谷)半径/mm	R	正态分布	0.005	2.5e <sup>-4</sup>
管道壁厚/mm	δ	正态分布	0.0012	6e <sup>-5</sup>
波距/mm	Q	正态分布	0.029	1.45e <sup>-3</sup>
波纹管内径/mm	D	正态分布	0.278	1.39e <sup>-4</sup>
波纹管波高/mm	H	正态分布	0.024	1.20e <sup>-3</sup>

该型金属波纹管材料属性及可靠性分析所用参数见表2,各随机变量均为正态分布。支撑位置均值为坐标相对值,与分布无关。取优化模型4所得的结果: $x=13.05\text{mm}$ ,  $h=24\text{mm}$ ,  $t=1.2\text{mm}$ 。

由ANSYS的分析报告可知横波纹管系统的前四阶固有频率分布函数的均值、标准差见表3。

表3 第一至第四阶频率分布值

分布值	第一阶频率	第二阶频率	第三阶频率	第四阶频率
均值/Hz	144.6	171.1	178.3	419.8
标准差/Hz	18.47	20.81	20.80	43.78

在各基本输入变量的标准差是其均值5%的正态分布的条件下,将低于2.5%水平的变量视为不重要,该波纹管材料的弹性模量、密度、波纹管系统的波高和管壁厚度对系统固有频率影响较大,其中波纹管的波高影响最大,而波纹管的内径和波距对系统固有频率影响不显著。

### 3.2 金属波纹管防共振可靠性分析

现设 $S_1$ 、 $S_2$ 为激振力频率的最小值与最大值,其中 $S_1=(1-k_1)S$ 、 $S_2=(1+k_2)S$ , $f(R)$ 、 $f(S_1)$ 和 $f(S_2)$ 分别为固有频率分布、激振力频率的最小值与最大值分布的概率密度函数, $\bar{R}$ 、 $\bar{S}_1$ 和 $\bar{S}_2$ 分别为固有频率分布、激振力频率的最小值与最大值的均值。由于边界条件下的模型的激振力频率已知,得出的 $\bar{S}_1$ 和 $\bar{S}_2$ 的值分别为456Hz和1316Hz,固有频率 $\bar{R}$ 由有限元分析可知,根据可靠性分析中的干涉理论,当 $\bar{R} < \bar{S}_1$ 时,避开共振的可靠度<sup>[9]</sup>为:

$$P(R < S_1) = \int_{-\infty}^{+\infty} f(R) \left[ \int_R^{+\infty} f(S_1) dS_1 \right] dR \quad (5)$$

当 $\bar{R} > \bar{S}_2$ 时,避开共振的可靠度为:

$$P(R > S_2) = \int_{-\infty}^{+\infty} f(S_2) \left[ \int_{S_2}^{+\infty} f(R) dR \right] dS_2 \quad (6)$$

由计算结果可知,它与波纹管系统的第四阶频率可能会产生交集,从而产生共振。由ANSYS的分析报告可知横向振动四阶固有频率分布函数的均值为419.8Hz,标准差为43.78,由公式5、6计算得到四阶固有频率防止共振的可靠度为93.128% (0.95置信水平下的置信下限为92.327%)。

## 4 结论

以提高第一阶固有频率为优化目标,同时避开前四阶共振频率,对波纹管结构的波高、壁厚和支撑卡箍位置分别进行了优化。结果表明,适当的减小波纹管的波高,合理的增大波纹管的壁厚以及使卡箍位置尽可能靠近约束端,可以提高波纹管系统的抗振能力。通过结构参数对固有频率灵敏度分析,发现波纹管材料的弹性模量和密度及波纹管系统的波高和管壁厚度为影响波纹管的主要因素。以可靠性分析中的干涉理论为基础,对波纹管的防共振可靠性进行了分析,发现波纹管的第四阶固有频率最有可能和激励频率发生共振,计算得到的第四阶固有频率和激励频率不发生共振的可靠度为93.128% (0.95置信水平下的置信下限为92.327%)。研究结果可以为航空管路中波纹管的动力优化设计和评估提供参考。

## 参 考 文 献

- [1] EJMAS. Standards of the Expansion Joint Manufacturers Association. 8th ed, 2003.
- [2] Broman G I, Jonsson A P, Hermann M P. Determining dynamic characteristics of bellows by manipulated beam finite elements of commercial software. International Journal of Pressure Vessels and Piping, 2000, 77 (8): 445-453.
- [3] Lu C L, Wu T X, Wu J G. On torsional stiffness and natural frequency of bellows. Proceeding of the Institution of Mechanical Engineers. Part C: Journal of Mechanical Engineering Science, 2004, 218(3): 263.
- [4] 熊永华, 杜发荣, 钟玉平. 金属波纹管的动态特性分析与振动试验研究. 中国机械工程. 2008, 19 (10): 1177-1180.
- [5] 何水清, 王善. 结构可靠性分析与设计. 北京: 国防工业出版社, 1993.
- [6] 邢慧明, 黄兴仁, 陈卫东. 化工设备优化设计. 广州: 华南理工大学出版社, 1995.
- [7] 喻萌. 基于ANSYS的输流管道流固耦合特性分析. 中国舰船研究. 2007, 10, 5 (2): 54-67.
- [8] 王刚, 陈军. 钛及钛合金波纹管的成形方法和应用. 机械设计. 2005, 22 (10): 51-53.
- [9] 史进渊等. 机械零件振动的可靠性设计. 振动工程学报. 1999, 12 (4): 553-558. (责编 小城)